

## 数学小問道場解答3

### 第17回解答

問1  $y = \frac{500}{x}$       問2 比例 イ      反比例 エ

問3  $y = \frac{180}{x}$       問4  $x=4$       問5  $x=-5, 2$

解説

問1 (1mあたりの値段) $\times$ (長さ)=(代金) より、

$$xy=500$$

$y$  を  $x$  の式で表すので等式変形して  $y = \frac{500}{x}$

問2 それぞれ式にすると、

$$\text{ア} : y=x^2, \text{イ} : y=90x, \text{ウ} : y=200-x, \text{エ} : y=\frac{20}{x}$$

よって、比例がイ、反比例がエ

問3 (水そうがいっぱいになるまでにかかる時間)

$$=(\text{いっぱいに入った水そうの水の量}) \div (1 \text{ 分間に入れる水の量})$$

よって、 $y=(6 \times 30) \div x$   $y = \frac{180}{x}$

問4 反比例の式は  $y = \frac{a}{x}$  だから、 $x=6$  と  $y=6$  を代入すると  $6 = \frac{a}{6}$ 。これを解くと、 $a=36$ 。

そして  $y = \frac{36}{x}$  に  $y=9$  を代入すると、 $9 = \frac{36}{x}$ 。これをとくと  $x=4$ 。

別解：反比例の式は、 $xy=a$  の式に変形できるのでこれを使って解く

問題より  $x=6$  と  $y=6$  を代入すると、

$$6 \times 6 = a$$

$$36 = a$$

よって、 $xy=36$  が成り立つ。

問題文より、 $y=9$  を代入すると

$$x \times 9 = 36$$

$$x = 4$$

問5 因数分解すると、 $(x+5)(x-2)=0$  になる。

## 数学小問道場解答3

### 第18回解答

問1 (1)  $-2$  (2)  $-9$  (3)  $8$  (4)  $7a-8b$  (5)  $5\sqrt{2}$

問2  $b = \frac{-2a+5}{3}$  問3  $x(y-2)(y+2)$  問4  $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

問5  $-\frac{8}{3}$  問6 6.2時間 問7 (1, -3)

解説

問1 (1)  $5-7 = -(7-5) = -2$  (2)  $6 \div \left(-\frac{2}{3}\right) = 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -9$   
 (3)  $-3 \times (-4) - 2^2 = 12 - 4 = 8$  (4)  $5(a-2b) + 2(a+b) = 5a - 10b + 2a + 2b = 7a - 8b$   
 (5)  $\sqrt{18} + \frac{4}{\sqrt{2}}$

$$= 3\sqrt{2} + \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \quad \blacktriangleright \text{ルートの中を小さくし、また分母を有利化する}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

問2  $2a+3b=5 \rightarrow 3b=-2a+5 \rightarrow b = \frac{-2a+5}{3}$

問3  $xy^2-4x$   
 $=x(y^2-4)$   $\blacktriangleright$  共通因数  $x$  でくくる  
 $=x(y-2)(y+2)$   $\blacktriangleright$  ( ) の中を因数分解する

問4  $x^2-3x+1=0$  解の公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2-4ac}}{2a}$  を利用して、  
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

問5  $y$  は  $x$  に比例するので、式を  $y=ax$  とおく。

$x=-2$  のとき  $y=3$  より、 $3=-2a$

$a = -\frac{3}{2}$  よって、 $y = -\frac{3}{2}x$

これに  $y=4$  を代入して、 $4 = -\frac{3}{2}x$   $x = -\frac{8}{3}$

問6 中央値は9人の睡眠時間を少ない方から並べたときの5番目の睡眠時間だから、6.2時間

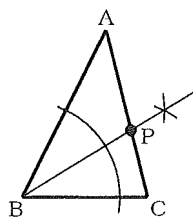
問7 四角形 ABCD が平行四辺形であるので点 B と点 A の関係が点 C から点 D にもあてはまる。  
 点 A から「左に2、下に5」のところに点 B があるから、  
 点 D(3, 2)から「左に2、下に5」のところに点 C があるので  
 点 C の  $x$  座標は  $3-2=1$ ,  $y$  座標は  $2-5=-3$  C(1, -3)

## 数学小問道場解答 3

### 第 19 回解答

問 1 4      問 2  $7a+8b$       問 3 2      問 4 6      問 5  $x=3, y=-5$

問 6 -1, 9      問 7  $\frac{8}{15}$       問 8



解説

問 1  $6+4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 6-2=4$

問 2  $8a+b-(a-7b) = 8a+b-a+7b = 7a+8b$

問 3  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$       ★ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う  
 $= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$   
 $= 5 - 3$   
 $= 2$

問 4  $9x+2=8(x+1)$   
 $9x+2=8x+8$   
 $9x-8x=8-2$   
 $x=6$

問 5  $\begin{cases} 3x+y=4 \cdots \textcircled{1} \times 2 \\ 6x+5y=-7 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$   
 $\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \quad -3y = 15 \quad \rightarrow y = -5$   
 $\textcircled{1}$ に代入すると、 $3x-5=4 \quad \rightarrow 3x=9 \quad \rightarrow x=3$

問 6  $x^2-8x-9=0$  を因数分解すると、和が-8, 積が-9になる2数は-9と1とだから  
 $(x-9)(x+1)=0$ 。よって、 $x=9, -1$

問 7 玉の取り出し方は、全部で、(赤 1, 赤 2), (赤 1, 白 1), (赤 1, 白 2), (赤 1, 白 3),  
(赤 1, 白 4), (赤 2, 白 1), (赤 2, 白 2), (赤 2, 白 3), (赤 2, 白 4), (白 1, 白 2), (白 1, 白 3),  
(白 1, 白 4), (白 2, 白 3), (白 2, 白 4), (白 3, 白 4) の 15 通り。そのうち、赤玉と白玉が 1 個ずつで  
あるのは、下線の 8 通り。よって、求める確率は  $\frac{8}{15}$

問 8 P は辺 AB と辺 BC までの距離が等しい点なので、 $\angle ABC$  の二等分線上にある

## 数学小問道場解答 3

### 第 20 回解答

問 1 (1)  $-1$  (2)  $-\frac{1}{3}$  (3)  $77$  (4)  $-12ab$  (5)  $7\sqrt{6}$

問 2  $33$  問 3  $(x-12)(x+3)$  問 4  $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

解説

問 1 (1)  $5-6 = -(6-5) = -1$

(2)  $\frac{7}{6} \div \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{6} \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{1}{3}$

(3)  $2-5^2 \times (-3)$   
 $= 2-25 \times (-3)$   
 $= 2-(-75)$   
 $= 2+75$   
 $= 77$

(4)  $28a^2b \div 7ab \times (-3b)$   
 $= -\frac{28a^2b \times 3b}{7ab}$   
 $= -12ab$

(5)  $\sqrt{54} + \frac{24}{\sqrt{6}}$   
 $= 3\sqrt{6} + \frac{24 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \quad \blacktriangleright \text{ルートの中を小さくし、また分母を有利化する}$   
 $= 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6}$   
 $= 7\sqrt{6}$

問 2  $-2(x-5y) + (4x-3y) = -2x+10y+4x-3y = 2x+7y \quad \blacktriangleright \text{まず式を整理する}$   
 $x=-1, y=5$  を代入して,  
 $2x+7y = 2 \times (-1) + 7 \times 5 = -2+35 = 33$

問 3 和が  $-9$ , 積が  $-36$  になる 2 数は,  $-12$  と  $3$  よって,  $x^2-9x-36 = (x-12)(x+3)$

問 4  $x^2-5x+3=0$  解の公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2-4ac}}{2a}$  を利用して,

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

## 数学小問道場解答3

### 第21回解答

問1 ア、エ      問2  $14\pi \text{ cm}^2$       問3 4023      問4  $\frac{1}{9}$

問1  $y = \frac{12}{x}$  について、

ア： $2 \leq x \leq 3$  のとき、

$$x=2 \text{ のとき } y = \frac{12}{2} = 6$$

$$x=3 \text{ のとき } y = \frac{12}{3} = 4$$

$4 \leq y \leq 6$  よって、正しい。

イ：反比例のグラフでは原点について対称なので、正しくない。

ウ： $x = -3$  のとき  $y = -\frac{12}{3} = -4$  より、正しくない。

エ：(縦の長さ)×(横の長さ)=12 より、 $xy=12$

→この式を変形すると  $y = \frac{12}{x}$  よって、正しい。

問2 円錐の側面のおうぎ形の面積は、 $\pi \times 5^2 \times \frac{2\pi \times 2}{2\pi \times 5} = 10\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

底面積は  $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、表面積は  $10\pi + 4\pi = 14\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

#### ★別解★

円錐の側面積=母線×底面の半径× $\pi$

 で求めることができ、それに底面の面積を加えても OK

$$= 5 \times 2 \times \pi = 10\pi \text{ (側面積)}$$

底面積は  $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$  を足して、 $14\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

問3 まずは  $x^2 - y^2$  を因数分解して、 $(x+y)(x-y)$ 。

ここに  $x=2012$ ,  $y=2011$  を代入する。

$$(2012+2011)(2012-2011)$$

$$= 4023 \times 1$$

$$= 4023$$

問4  $y = -x + 5$  が成り立つ、 $(x, y)$  の組合せは  $(1, 4)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(4, 1)$  の4通り。

なお、さいころの目なので、ともに正の整数にならなければいけないことに注意したい。

さいころを2つ投げるときは起こりうる場合の数は36通りだから、

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

## 数学小問道場解答3

### 第22回解答

問1 (1) -2 (2) -6 (3) 45 問2 18 cm<sup>2</sup>

問3 点A(3, 0) 問4 130度 問5  $x = \pm\sqrt{7}$

解説

問1

$$\begin{aligned}(1) & -9+7 \\ & = -(9-7) \\ & = -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) & 26-4\times 8 \\ & = 26-32 \\ & = -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) & 3^2 \div \frac{1}{5} \\ & = 9 \times 5 \\ & = 45\end{aligned}$$

問2 台形ABCDの面積は、(上底+下底)×高さ× $\frac{1}{2}$

$$= (3+6) \times 4 \times \frac{1}{2} = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

問3 点Aは $y = -2x + 6$ 上の点で、y座標は0より、 $y = 0$ を代入すると

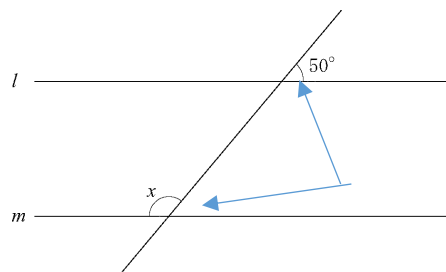
$$0 = -2x + 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3 \quad \text{よって、} A(3, 0)$$

問4 平行線の同位角が等しいことを利用して、

$$\angle x + 50^\circ = 180^\circ \quad \angle x = 130^\circ$$



問5  $x^2 - 7 = 0$

$$x^2 = 7$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

## 数学小問道場解答3

### 第23回解答

問1  $36\pi \text{ cm}^3$     問2  $(x+1)(x-6)$     問3 3.5 点

問4 (1) 24 個    (2) 11 番目

問5 1500 円

解説

問1 球の体積は半径を  $r$  とすると  $\frac{4}{3}\pi r^3$  で求められる。

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

問2 和が  $-5$ 、積が  $-6$  になる 2 数は  $1$  と  $-6$  とだから、 $x^2 - 5x - 6 = (x+1)(x-6)$

問3 平均値は、(合計点)÷(人数)だから、  
 $(1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 3) \div (1 + 2 + 4 + 5 + 3)$   
 $= 52 \div 15$   
 $= 3.46\cdots$   
よって、平均値は 3.5 点

問4

(1) できる数字は、1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321 の 24 個。

(2) 2413 は小さい方から 11 番目。

問5 シュークリーム 1 個の値段を  $x$  円とする。

8 個買うとき、持っているお金は  $8x + 220$  (円) と表せる。

また、10 個買うときは、 $10x \times 0.9 + 60$  と表せる。●1 割引きは 10 割より 1 割低い 9 割で買うこと  
つまり「 $\times 0.9$ 」と表せる。

以上から  $8x + 220 = 10x \times 0.9 + 60$  が成り立つ

これをとくと  $8x + 220 = 9x + 60$

$$x = 160 \quad \cdots \text{シュークリームの値段}$$

よって持っているお金は、 $8 \times 160 + 220 = 1500$  円